Σύγχρονες Ηλεκτρονικές και Μαθηματικές Μέθοδοι στην Υπηρεσία του Εργαστηρίου ΦΕ

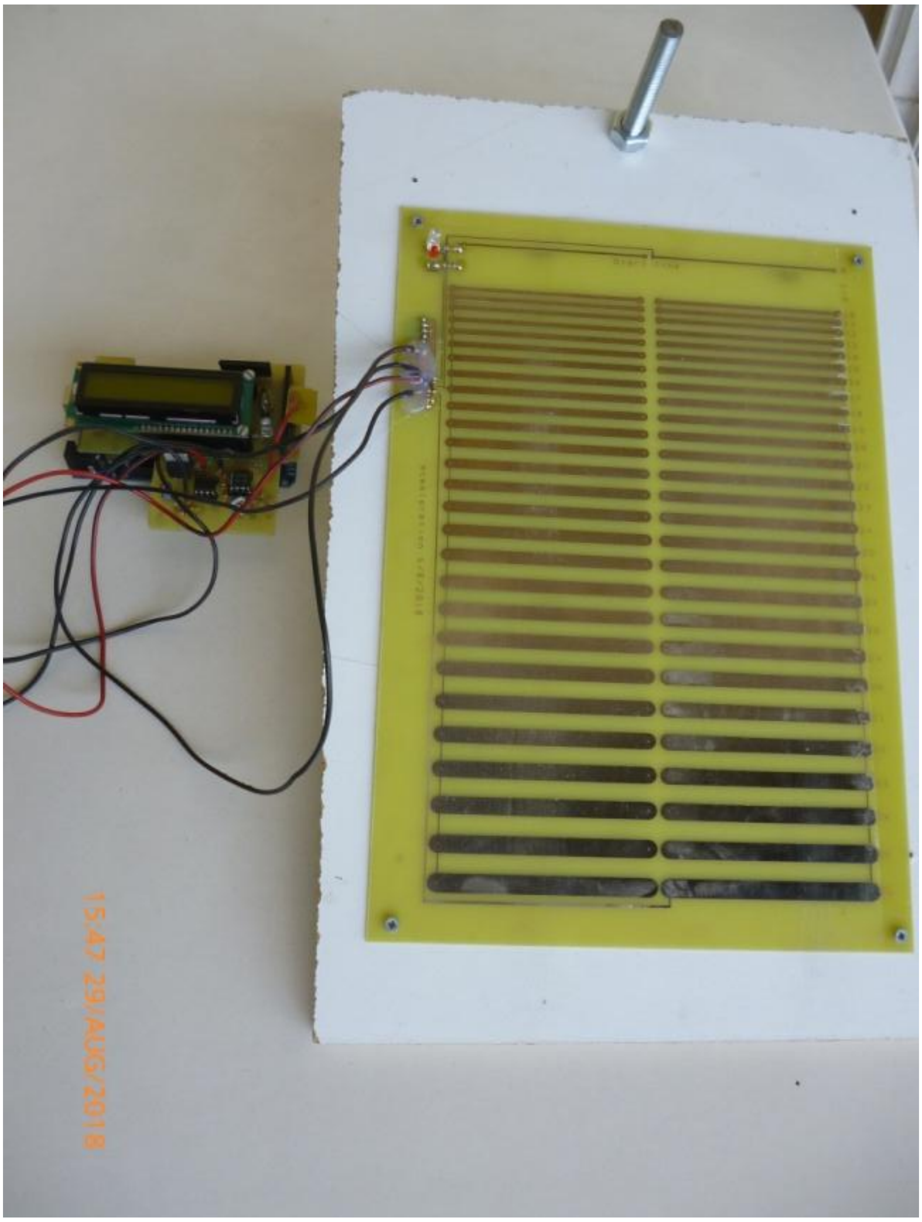
Νικόλαος Παναγιωτίδης
Υπεύθυνος ΕΚΦΕ Ιωαννίνων

Θα παρουσιάσω τα πιο πρόσφατα επιτεύγματα του ΕΚΦΕ Ιωαννίνων. Αυτά είναι:

- **Το αυτοματοποιημένο εκκρεμές,**

και,

- **Το αυτοματοποιημένο κεκλιμένο επίπεδο,**



Κάποιες μικρές βελτιώσεις στο πείραμα του εκκρεμούς.

Η προσθήκη ενός καπακιού από γάλα στο νήμα του εκκρεμούς.

Στο κέντρο ενός καπακιού από γάλα κάνουμε μια τρύπα διαμέτρου το πολύ 1 mm και μέσα από αυτή περνάμε το νήμα του εκκρεμούς. Το σφίγγουμε στο πιαστήρι και στερεώνουμε τον πιαστήρι σε ένα ορθοστάτη ώστε το καπάκι να έχει οριζόντιο προσανατολισμό. Όταν το εκκρεμές ταλαντώνει, μόνο το μέρος του νήματος που είναι κάτω από το καπάκι κινείται, δηλαδή το μήκος του εκκρεμούς είναι η απόσταση από το ΚΜ του σφαιριδίου ως το καπάκι.

Ο χαραγμένος ορθοστάτης.

Σε έναν τόρνο κάναμε 36 χαραγές σε έναν ορθοστάτη αλουμινίου που απέχουν 20 mm μεταξύ τους. Ο σύνδεσμος που συνδέει τον ορθοστάτη με το πιαστήρι κινείται μεταξύ των χαραγών έτσι ώστε να έχουμε ακριβείς μετακινήσεις σε πολλαπλάσια των 20 mm.

Αν σταματούσαμε εκεί, το πείραμα του εκκρεμούς θα γινόταν:

- Ευκολότερο και ταχύτερο, γιατί το μήκος του εκκρεμούς θα άλλαζε με μια απλή μετατόπιση του συνδέσμου στον ορθοστάτη.
- Ακριβέστερο, γιατί μετακινώντας το σύνδεσμο από την μια χαραγή στην επόμενη θα είχαμε μια ακριβή μεταβολή του μήκους κατά 20 mm.

Αλλά υπάρχουν κι άλλες βελτιώσεις στο καλάθι.

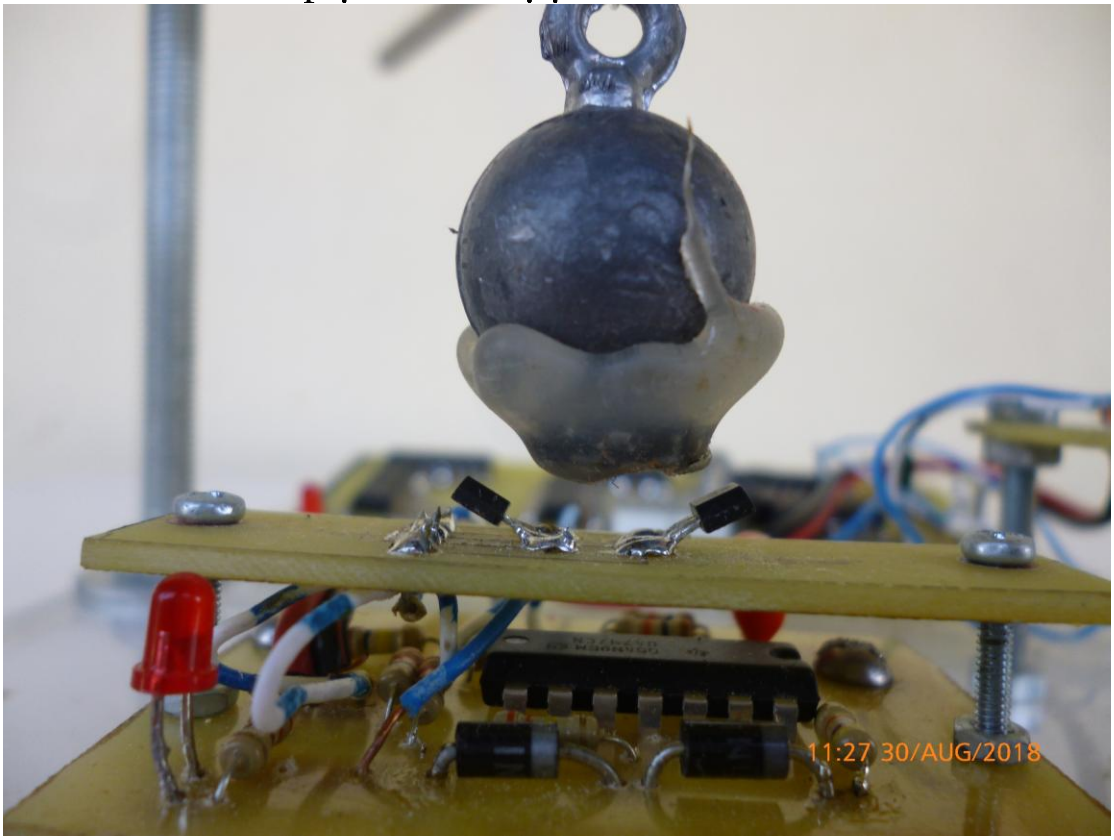
Σε ένα συνηθισμένο πείραμα προσδιορισμού του g με εκκρεμές, κάθε φορά που αλλάζουμε το μήκος του νήματος, μετράμε το νέο μήκος και τη νέα περίοδο. Εμείς όμως αλλάζουμε το μήκος μετακινώντας το καπάκι πάνω ή κάτω. Σε κάθε νέα θέση του καπακιού μπορούμε να ορίσουμε την κατακόρυφη συντεταγμένη του, z, η οποία μπορεί να έχει μια αυθαίρετη αρχική τιμή, πχ z=0. Μετράμε την περίοδο γι΄ αυτό το z και

μετά μετακινούμε το καπάκι κατά μία, δύο ή περισσότερες χαραγές. Μετράμε τη νέα περίοδο, μετακινούμε πάλι το καπάκι κοκ.
Παίρνοντας με αυτόν τον τρόπο ένα σύνολο μετρήσεων και κάνοντας τη γραφική παράσταση του T^2 ως προς z, προκύπτει μια ευθεία που έχει την ίδια κλίση με την ευθεία του T^2 ως προς l σε ένα συνηθισμένο πείραμα. Από την κλίση αυτής της ευθείας βγάζουμε το g.
Αν σταματούσαμε εκεί, το πείραμα του εκκρεμούς θα γινόταν:

- Ακόμα ευκολότερο και ταχύτερο, γιατί δεν θα μπαίναμε στη διαδικασία να μετρήσουμε μήκη.
- Ακόμη ακριβέστερο, γιατί το z στον χαραγμένο ορθοστάτη μετριέται με μεγαλύτερη ακρίβεια από το l.

Αλλά υπάρχουν κι άλλες βελτιώσεις.
Σε ένα συνηθισμένο πείραμα προσδιορισμού του g με εκκρεμές, πατάμε το start του χρονομέτρου όταν τα σφαιρίδιο είναι στο άκρο της ταλάντωσης, μετράμε N ταλαντώσεις και πατάμε το stop. Υπολογίζουμε την περίοδο διαιρώντας τον χρόνο των ταλαντώσεων με το N.
Το δικό μας εκκρεμές, όμως, έχει ένα μικρό μαγνήτη στο κάτω μέρος του σφαιριδίου ο οποίος, καθώς το εκκρεμές κάνει ταλαντώσεις, περνάει πάνω από αισθητήρες Hall, δίνοντας ένα μικρό ηλεκτρικό σήμα κάθε φορά. Το σήμα αυτό μπαίνει στη είσοδο ενός τελεστικού ενισχυτή, ο οποίος βγάζει έναν τετραγωνικό παλμό στη έξοδό του. Ο παλμός αυτός μπαίνει στη είσοδο ενός counter, η έξοδος του counter ενισχύεται με ένα τρανζίστορ και οδηγεί ένα LED το οποίο μ΄ αυτόν τον τρόπο αναβοσβήνει με την ίδια ακριβώς περίοδο που έχει το εκκρεμές. Αυτός που

χειρίζεται το χρονόμετρο συγχρονίζει το πάτημα του start και του stop με το άναμμα του LED.



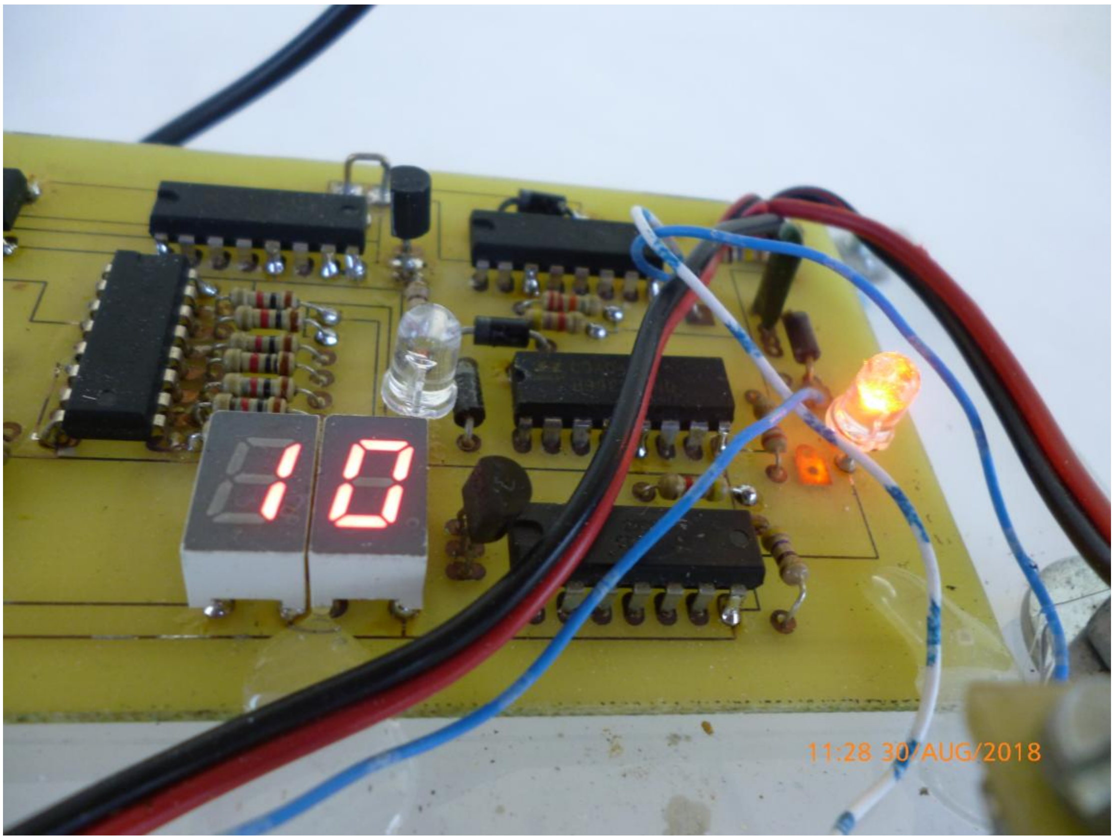
Είναι προφανές ότι αν σταματούσαμε εκεί, η μέτρηση του χρόνου θα γινόταν:

- Ακριβέστερη.

Αλλά υπάρχουν κι άλλες βελτιώσεις.

Σε ένα συνηθισμένο πείραμα προσδιορισμού του g με εκκρεμές, πρέπει να μετράμε τον τρέχοντα αριθμό των ταλαντώσεων χρησιμοποιώντας την μετρητική ικανότητα του μυαλού μας.

Το δικό μας εκκρεμές όμως έχει στο ηλεκτρονικό του κύκλωμα δυο BCD counters, δυο BCD decoders και ένα ζεύγος ψηφίων LED. Αν, καθώς το εκκρεμές ταλαντώνει, πατήσουμε το reset, τα LED βγάζουν μηδενικά και, στη συνέχεια, αρχίζουν να μετράνε ταλαντώσεις. Στις 100 ταλαντώσεις μηδενίζουν και η μέτρηση αρχίζει από το 0.



Είναι προφανές ότι αν σταματούσαμε εκεί, η μέτρηση των ταλαντώσεων θα γινόταν:

- Απλούστερη.

Αλλά υπάρχουν κι άλλες βελτιώσεις.

Σε ένα συνηθισμένο πείραμα προσδιορισμού του g με εκκρεμές, η περίοδος υπολογίζεται διαιρώντας τον χρόνο με το πλήθος των ταλαντώσεων.

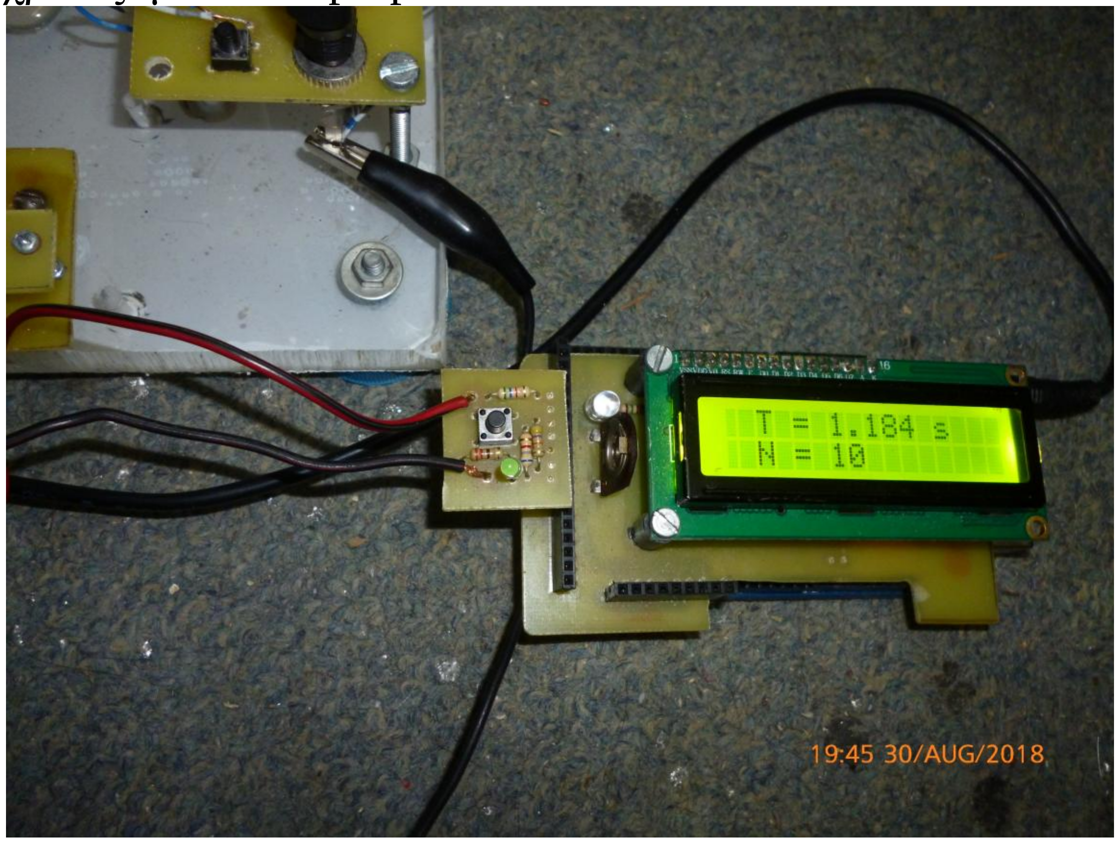
Το ηλεκτρονικό κύκλωμα του δικού μας εκκρεμούς όμως έχει έναν ακροδέκτη στον οποίο δημιουργείται μια ορθογώνια ηλεκτρική κυματομορφή τάσης που έχει την ίδια ακριβώς περίοδο με το εκκρεμές. Ο ακροδέκτης αυτός συνδέεται στην ψηφιακή θύρα ενός Arduino ο οποίος έχει ενσωματωμένο κώδικα προσδιορισμού της περιόδου. Προσδιορίζονται οι χρονικές στιγμές t_1, t_2,…, t_{10} έναρξης της πρώτης, δεύτερης κλπ περιόδου και, στη συνέχεια, με γραμμική παλινδρόμηση του t_n ως προς n υπολογίζεται η περίοδος.

Είναι προφανές ότι αν σταματούσαμε εκεί η μέτρηση της περιόδου θα γινόταν:

- Ακριβέστερη και απλούστερη.

Αλλά υπάρχουν κι άλλες βελτιώσεις.

Σε ένα συνηθισμένο πείραμα με Arduino ο μικροελεγκτής βγάζει τα αποτελέσματά του στην οθόνη του Laptop. Εμείς όμως τα βγάζουμε σε ένα display 16x2 που έχουμε προσαρμόσει πάνω στον Arduino και δεν χρειαζόμαστε Laptop.



Είναι προφανές ότι αν σταματούσαμε εκεί το πείραμα θα γινόταν:

- Απλούστερο.

Υπάρχουν, άραγε, άλλες βελτιώσεις; Είμαστε πρόθυμοι να τις εφαρμόσουμε.

Η ακρίβεια με την οποία προσδιορίσαμε το g με το εκκρεμές που μόλις περιγράψαμε ήταν πολύ καλή (της τάξης του 0,5%).

Μετρώντας την επιτάχυνση σε πραγματικό χρόνο.

Μετράμε την επιτάχυνση κυλιόμενων μεταλλικών κυλίνδρων χρησιμοποιώντας ένα πρωτότυπο σύστημα αισθητήρων σε συνδυασμό με έναν Arduino. Οι αισθητήρες δεν είναι του εμπορίου. Τους έχουμε δημιουργήσει σε μια πλήρως επιχαλκωμένη πλακέτα μεγέθους Α4 χρησιμοποιώντας τεχνικές δημιουργίας τυπωμένου κυκλώματος. Η πλακέτα με τους «αισθητήρες» φαίνεται στην παρακάτω εικόνα.

Οι σκούρες επιμήκεις νησίδες είναι λεπτά στρώματα επινικελωμένου χαλκού. Οι νησίδες της πάνω και της κάτω πλευράς ενώνονται μεταξύ τους ηλεκτρικά με λεπτότερους αγωγούς. Σχηματίζονται έτσι δύο ηλεκτρικά συνδεδεμένα δίκτυα αγωγών, το ένα από τα οποία συνδέεται ηλεκτρικά στη γη και το άλλο σε δυναμικό 8 V.

Το δίκτυο των αγωγών που συνδέονται στα 8 V, συνδέονται μέσω αντιστάτη. Έτσι, αν για κάποιο λόγο, το ένα δίκτυο αγωγών βραχυκυκλωθεί με το άλλο, αυτό που έχει 0 V θα παραμείνει σ΄ αυτό το δυναμικό, ενώ το άλλο θα πέσει από τα 8 V στα 0 V. Όταν το βραχυκύκλωμα αρθεί, οι αγωγοί θα επιστρέψουν στα αρχικά δυναμικά τους.

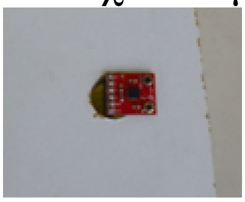
Έστω ότι ένας μεταλλικός κύλινδρος κυλίεται πάνω από αυτούς τους αγωγούς έτσι ώστε ο άξονάς του να είναι παράλληλος με τους αγωγούς του δικτύου. Όταν αυτός ο κύλινδρος περνάει πάνω από τον ένα αγωγό του ενός δικτύου, ταυτόχρονα θα περνάει πάνω και από τον αντίστοιχο αγωγό του άλλου δικτύου βραχυκυκλώνοντας τους δυο αγωγούς. Τι στιγμή που γίνεται το βραχυκύκλωμα, το δυναμικό των 8 V στο ένα δίκτυο θα πέφτει αυτόματα στο 0. Ο κύλινδρος, όταν προχωρήσει, θα ακουμπήσει σε διηλεκτρικό υλικό αίροντας το βραχυκύκλωμα και αποκαθιστώντας τα δυναμικά των δικτύων.

Αν, τώρα, στο δίκτυο των 8 V συνδεθεί ένα καταγραφικό σύστημα, το οποίο θα καταγράφει τις χρονικές στιγμές τις οποίες το δίκτυο πέφτει στα 0 V, το σύστημα θα είναι σε θέση να καταλάβει πότε ο κύλινδρος ακούμπησε πάνω σε ζεύγος αγωγών της πλακέτας. Η πληροφορία αυτή είναι χρήσιμη για τον προσδιορισμό της κίνησης του κυλίνδρου.

Η πλακέτα με τα δίκτυα των αγωγών βρίσκεται πάνω σε κεκλιμένο επίπεδο, που έχει σύστημα ρύθμισης της κλίσης του, και το καταγραφικό των παλμών είναι ένας μικροελεγκτής Arduino. Στο πείραμα, ακουμπάμε τον μεταλλικό κύλινδρο στην γραμμή εκκίνησης και τον αφήνουμε ελεύθερο. Οι αποστάσεις των γραμμών είναι τέτοιες που, ανεξάρτητα από την επιτάχυνση που αποκτά ο κύλινδρος, ο δημιουργούμενη ορθογώνια παλμοσειρά έχει σταθερή περίοδο Τ (Τ=0,02 s για επιτάχυνση 1 m/s^2). Ο κώδικας του Arduino, χρησιμοποιώντας μια μέθοδο γραμμικής παλινδρόμησης παρόμοια με αυτή που χρησιμοποιεί για τον υπολογισμό της περιόδου του εκκρεμούς, προσδιορίζει την περίοδο. Χάρη στη σχέση αναλογίας που υπάρχει μεταξύ του τετραγώνου της περιόδου και της επιτάχυνσης ($l=1/2\ a\ T^2$, όπου $l=0.2$ mm), προσδιορίζεται η επιτάχυνση του κυλίνδρου και εμφανίζεται στο display του Arduino.

Προσδιορισμός της κλίσης.

Για τον προσδιορισμό της κλίσης χρησιμοποιείται το επιταχυνσιόμετρο ADXL335.



Ο ακροδέκτης του X άξονα του επιταχυνσιόμετρου εμφανίζει τάση ίση με το μισό της τάσης τροφοδοσίας του +V, όπου V μια μικρή τάση ανάλογη με την X συνιστώσα του g. Η τάση αυτή ενισχύεται κατάλληλα και διαβάζεται από την αναλογική θύρα (A0) του Arduino. Ο κώδικας του Arduino περιέχει τους κατάλληλους συντελεστές μετατροπής αυτής της τάσης στο ημίτονο της γωνίας του κεκλιμένου επιπέδου από το οριζόντιο. Το ημίτονο της γωνίας αυτής εμφανίζεται στο display.

Ένας εναλλακτικός τρόπος προσδιορισμού της εφαπτομένης (και στη συνέχεια του ημιτόνου) της γωνίας αυτής είναι να διαιρέσουμε το μήκος της βίδας που ρυθμίζει την κλίση του επιπέδου με την απόσταση από τη βίδα μέχρι το κάτω άκρο του επιπέδου (η οποία είναι 375 mm).

Η επιτάχυνση ενός κυλιόμενου κυλίνδρου είναι ανάλογη του ημφ, αλλά εξαρτάται και από τη ροπή αδράνειας του κυλίνδρου. Λύνοντας ως προς I την εξίσωση που σχετίζει την επιτάχυνση, το ημφ και τη ροπή αδράνειας, υπολογίζεται η τελευταία.

Στα σχετικά πειράματα βρήκαμε ότι, για μικρές κλίσεις, το I είναι λίγο μεγαλύτερο από ½ m R^2, όπου m η μάζα και R η ακτίνα του κυλίνδρου.