

Λογισμικό Ανάλυσης Βίντεο Tracker

Μοντελοποίηση της Απλής Αρμονικής Ταλάντωσης

Βασίλης Νούσης
Υπ. ΕΚΦΕ
Θεσπρωτίας

Μοντέλα και Μοντελοποίηση

- Απλοποιημένες/εξιδανικευμένες αναπαραστάσεις ενός φυσικού συστήματος.
- Σκοπός η εφαρμογή της θεωρίας στην πολύπλοκη πραγματικότητα.
- Υπόκεινται σε περιορισμούς.
- Είναι προσωρινές και αναθεωρούνται με βάση την εμπειρική δοκιμή (πείραμα).

Μοντέλα και Μοντελοποίηση

Έχουν:

- Σχέση **Ειδικού προς Γενικό** με τη θεωρία.
- Αμφίδρομη σχέση με το πείραμα:
 - Τα μοντέλα αναθεωρούνται/προσαρμόζονται στα πειραματικά δεδομένα.
 - Τα πειραματικά δεδομένα προσαρμόζονται στα μοντέλα.

Μοντελοποίηση με το Tracker

Συνεπής εκπαιδευτική πρακτική

Χρήση των λογισμικών μοντελοποίησης

παράλληλα και αλληλεπιδραστικά

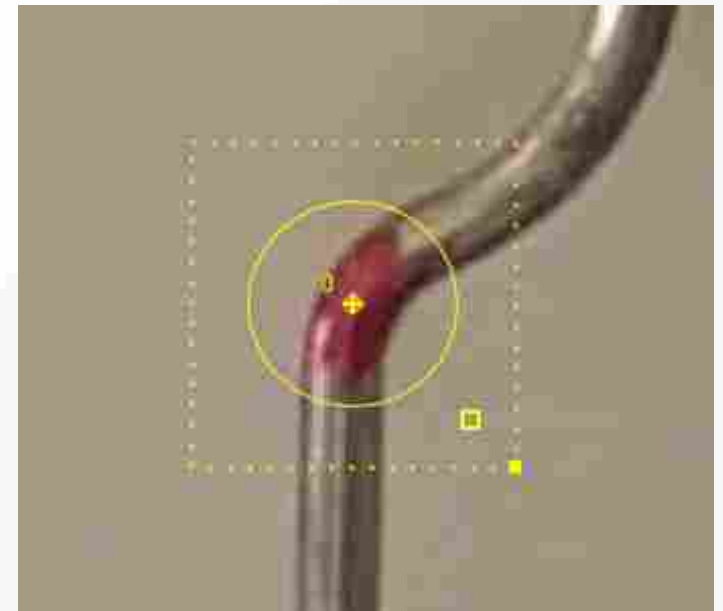
με την πραγματική πειραματική άσκηση

Ανάλυση της α.α.τ.



Βαθμονόμηση του βίντεο

Δημιουργία υλικού σημείου



Ανάλυση της α.α.τ.

Αρχείο Επεξεργασία Βίντεο Τροχιές Σύστημα Συντεταγμένων Παράθυρο Βοήθεια

Σώμα Α m 1,000 kg

Μνήμη σε χρήση: 79MB από 298MB

Γραφικές παραστάσεις Σώμα Α

Σώμα Α (t, y)

$t=0,080\text{ s}$ $y=4,412\text{ cm}$

Πίνακας Σώμα Α

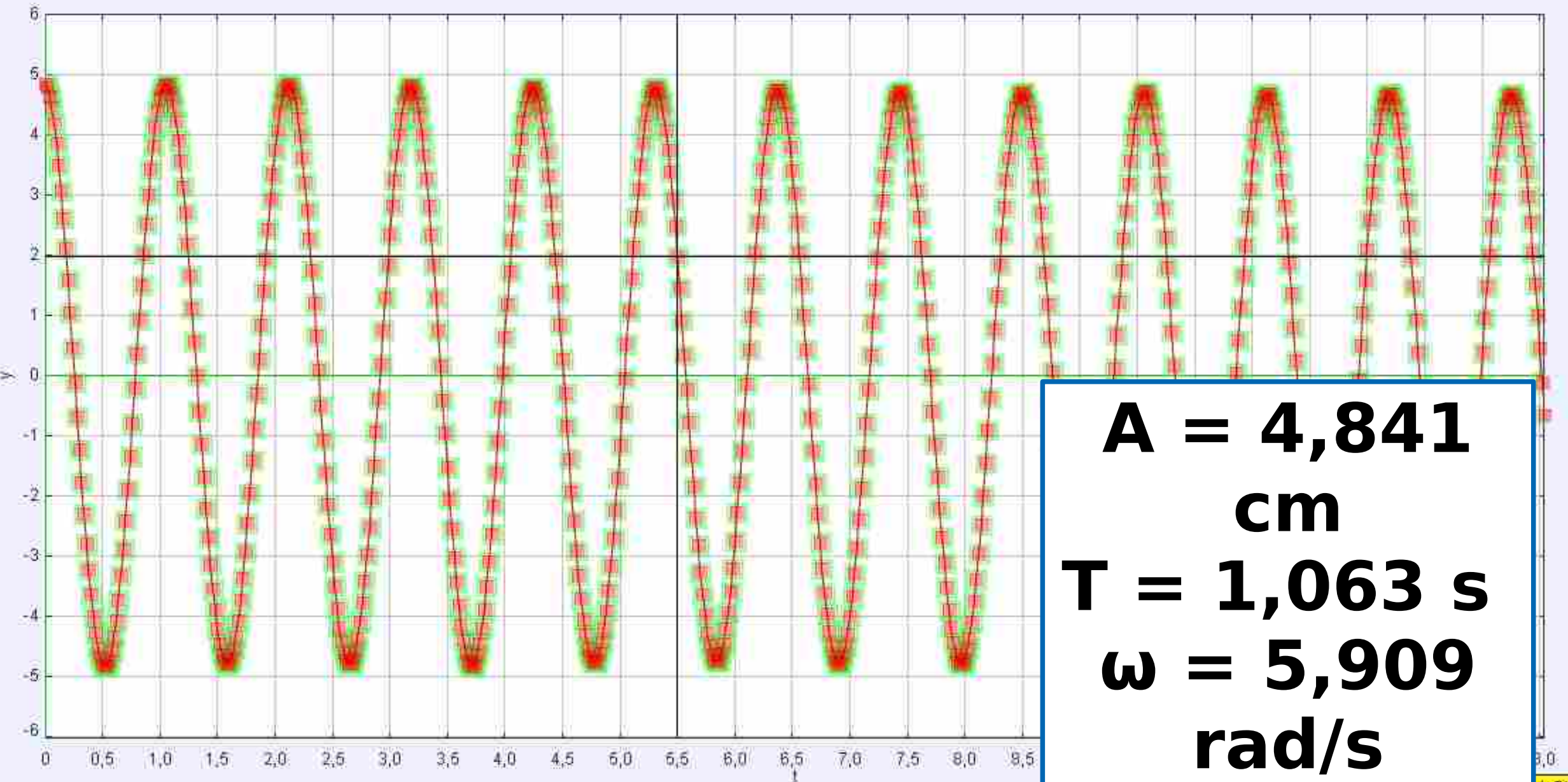
t (s)	y (cm)	v_y (cm/s)
0.000	4.807	
0.020	4.743	
0.040	4.600	
0.080	4.412	

$x=5,221\text{ cm}$ $y=4,320\text{ cm}$ Σώμα Α επιλεγμένο (καθορίστε τη μάζα στη γραμμή εργαλείων, shift-κλικ για μαρκάρισμα των θέσεων)

056 100%

shn_exp9a.trk

Ανάλυση της α.α.τ.



Κινηματικό μοντέλο της α.α.τ.

Θεωρώντας αμελητέες τις τριβές και τις αντιστάσεις, το κινηματικό μοντέλο της α.α.τ. περιγράφεται από μια εξίσωση της μορφής:

$$y = A \cdot \eta\mu(\omega t + \varphi)$$

Εργαλείο δημιουργίας μοντέλων: Κινηματικό μοντέλο σωματιδίου

Αρχικό καρέ: 53 Τελικό καρέ: 796 Ενεργητήρας: (πινελιά)

Μοντέλο: μοντέλο A

Παράμετροι

Όνομα	Μαθηματική έκφραση
π	1.0
A	4,841
ω	5,909
$\rho\eta$	1,57

Αρχικές τιμές

Όνομα	Μαθηματική έκφραση
t	0,000

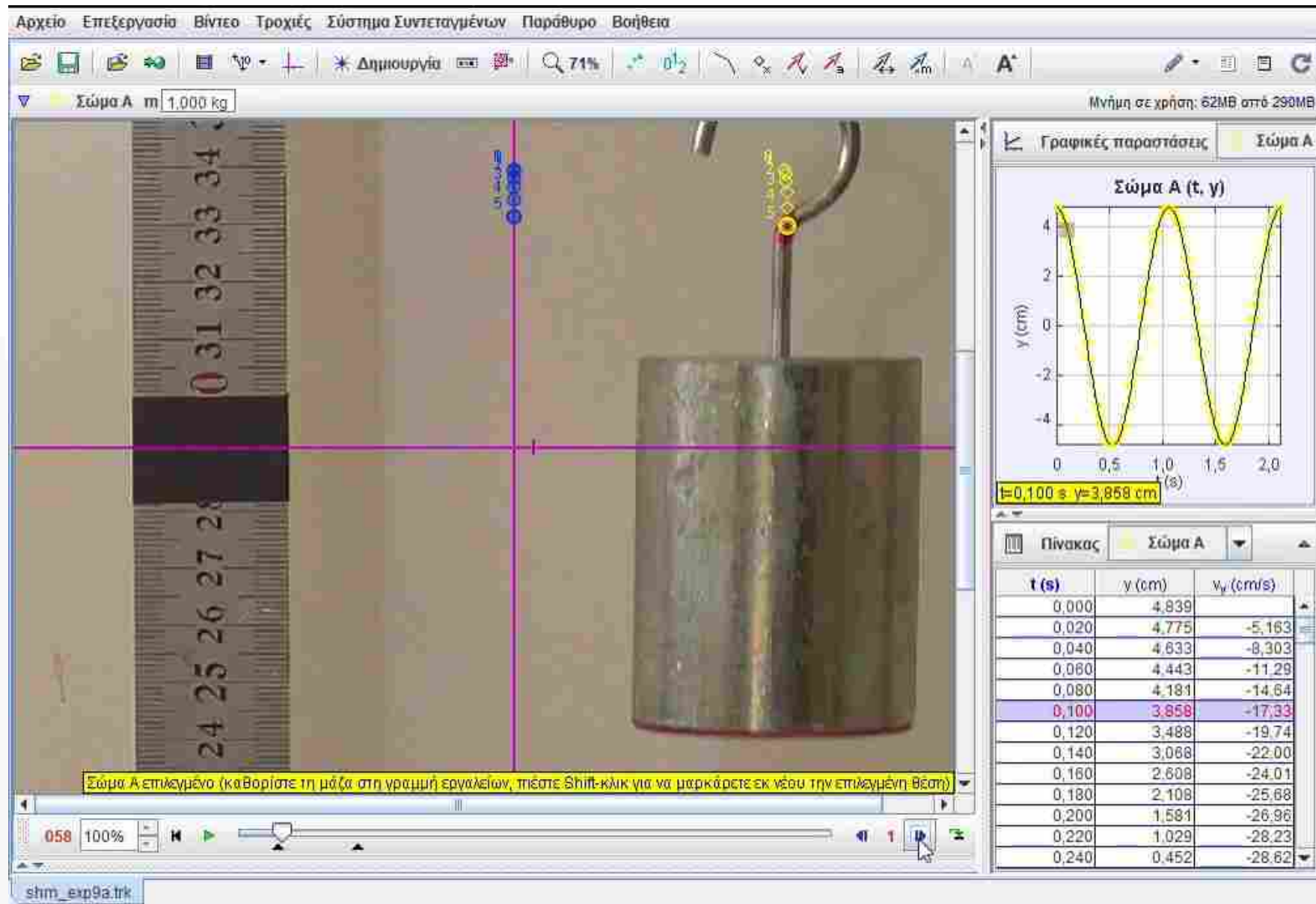
Συναρτήσεις θέσης

Όνομα	Μαθηματική έκφραση
x	0
y	$A \cdot \sin(\omega \cdot t + \rho\eta)$

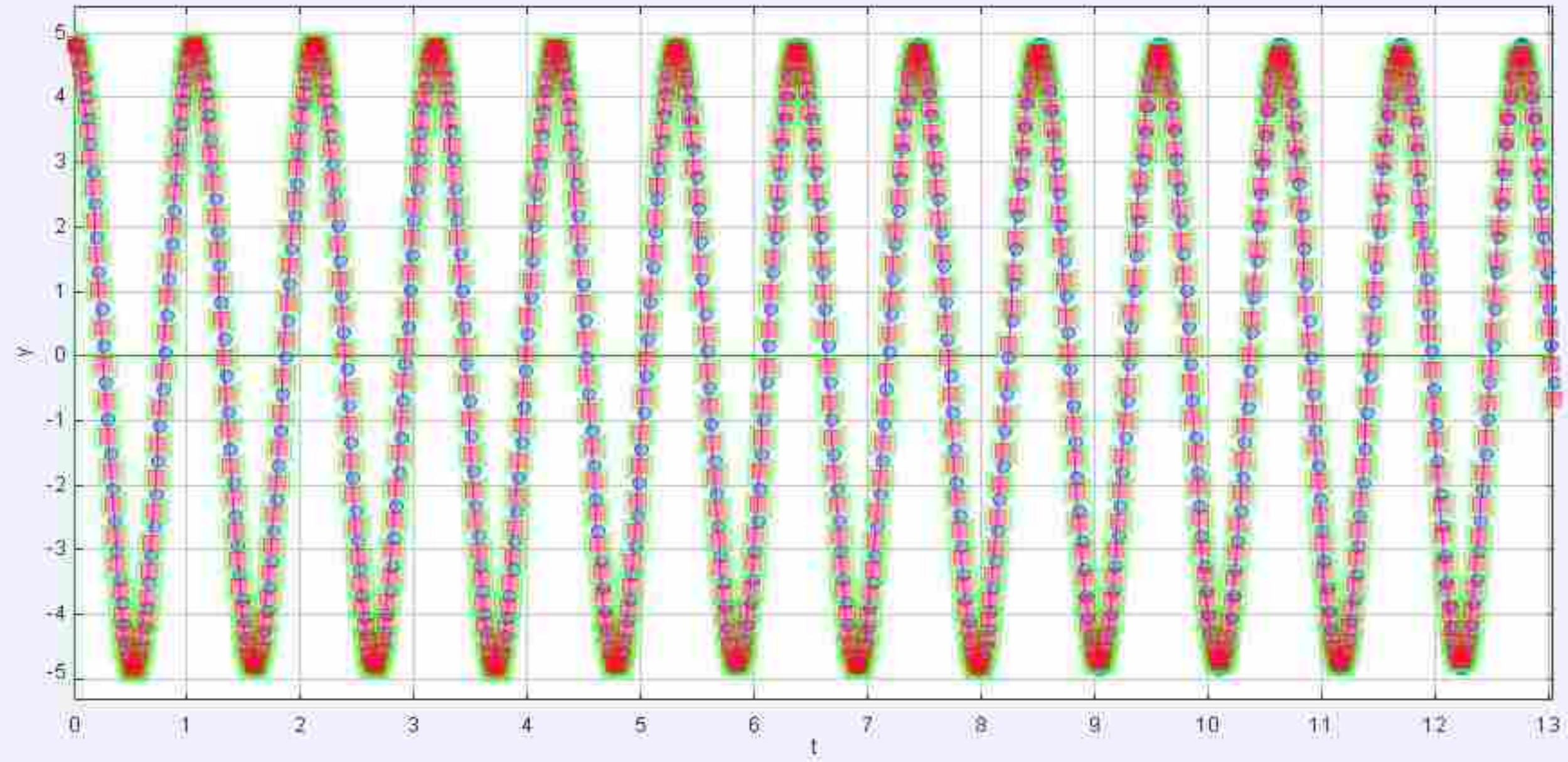
Διπλό κλικ στο κελί για επεξεργασία. Ελέγτε Βοήθεια για επιτρεπτές εκφράσεις.

Βοήθεια Αναίρεση Ακύρωση αναίρεσης Μέγεθος γραμματοσειράς Κλείσιμο

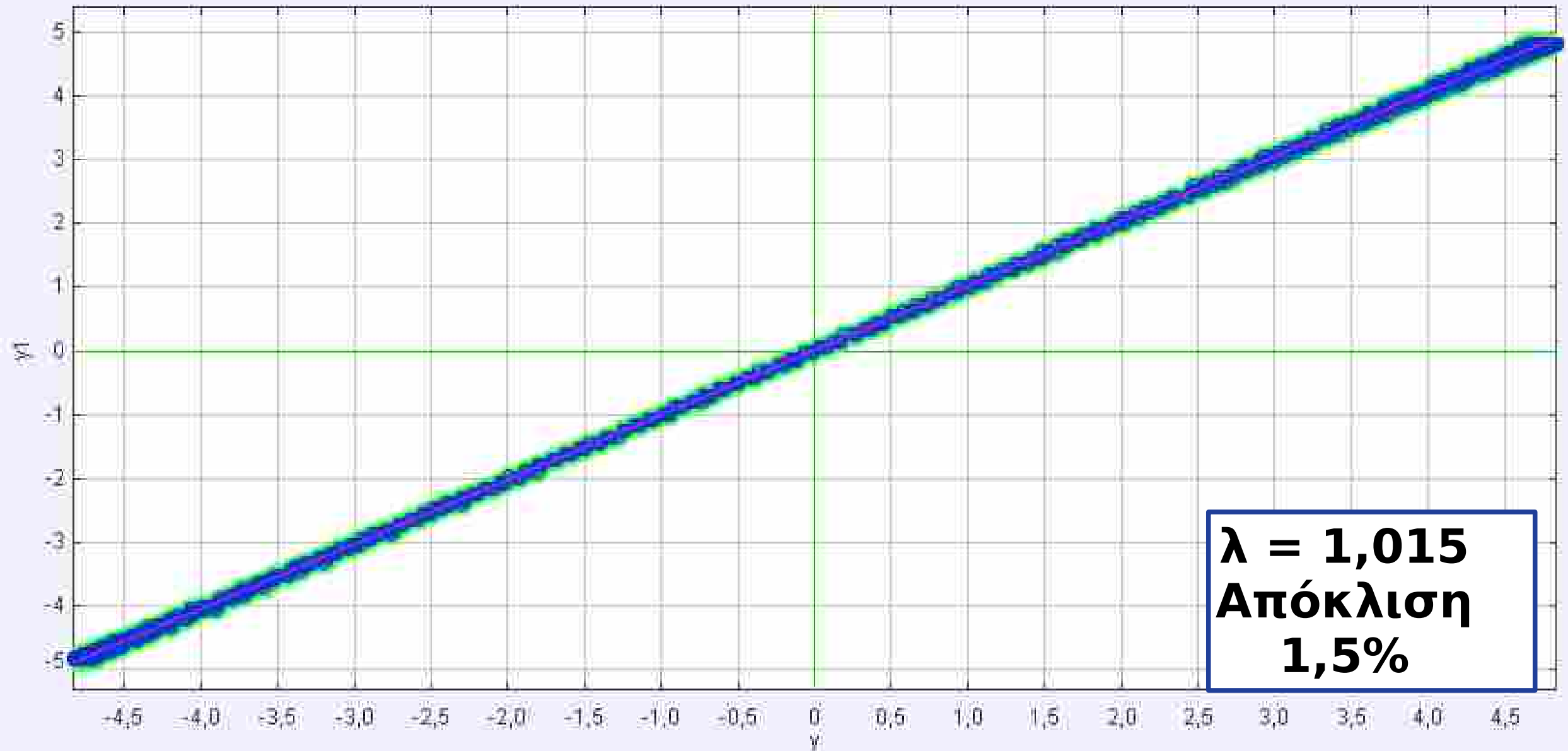
Κινηματικό μοντέλο της α.α.τ.



Κινηματικό μοντέλο της α.α.τ.



Κινηματικό μοντέλο της α.α.τ.



Κινηματικό μοντέλο της α.α.τ.

Συμπεράσματα:

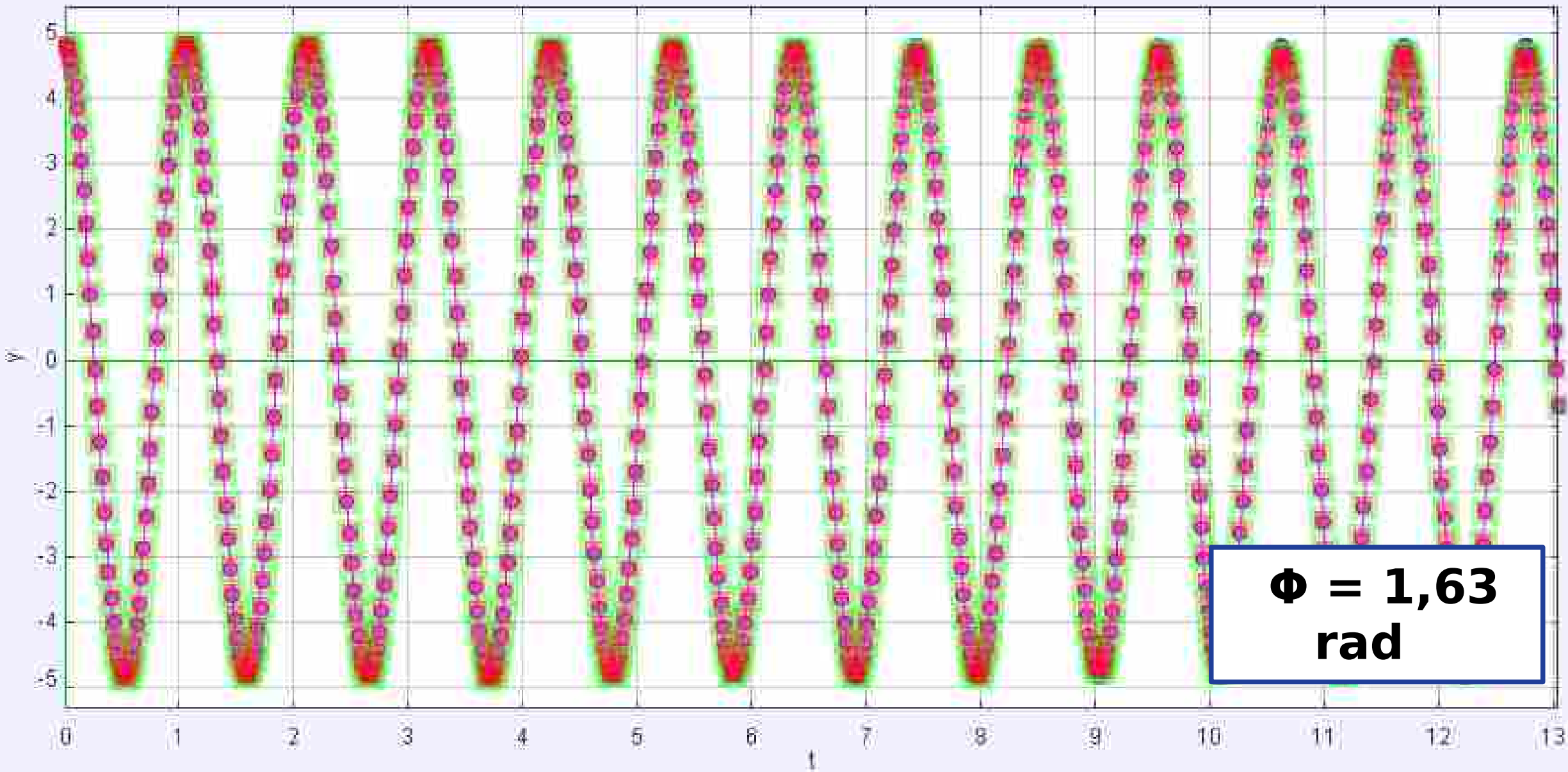
- Η περίοδος και η κυκλική συχνότητα έχουν προσδιοριστεί με ικανοποιητική ακρίβεια.
- Μεγαλύτερες αποκλίσεις μοντέλου-πειραματικών δεδομένων εμφανίζονται στις ακραίες θέσεις της ταλάντωσης και μάλιστα προς το τέλος της μελετούμενης κίνησης.
- Πιθανότατα οι αποκλίσεις οφείλονται στην τιμή της αρχικής φάσης της κίνησης (η οποία δεν προσδιορίστηκε, αλλά απλώς εκτιμήθηκε).

Κινηματικό μοντέλο της α.α.τ.

Αναθεώρηση του μοντέλου ως προς την τιμή της αρχι

**Με τη μέθοδο δοκιμής και λάθους
για $\varphi = 1,63$ rad προκύπτει...**

Κινηματικό μοντέλο της α.α.τ.



Κινηματικό μοντέλο της α.α.τ.

**Βελτίωση της συμφωνίας μοντέλου-
πειράματος
στις ακραίες θέσεις της ταλάντωσης**

- 1. Αναθεώρηση μοντέλου με βάση τις εξισώσεις της φθίνουσας αρμονικής ταλάντωσης**
- 2. Προσαρμογή των πειραματικών δεδομένων στο μοντέλο, μελετώντας μικρότερο διάστημα της κίνησης**

Κινηματικό μοντέλο της α.α.τ.



Κινηματικό μοντέλο της α.α.τ.

Επιβεβαίωση μέσω εξισώσεων

Η τελική εξίσωση του κινηματικού

$$y = 4,841 \cdot \eta\mu(5,909 \cdot t + 1,63) \text{ cm}$$

Η εξίσωση που προσδιορίζει το Tracker

$$y = 4,835 \cdot \eta\mu(5,911 \cdot t + 1,627) \text{ cm}$$

Δυναμικό μοντέλο της α.α.τ.

Παραδοχές:

1. Ο κύλινδρος συμπεριφέρεται ως υλικό σημείο.
2. Το ελατήριο είναι ιδανικό.
3. Τριβές και αντιστάσεις αμελητέες.
4. Η συνισταμένη των δυνάμεων που δρουν στον κύλινδρο είναι της μορφής:

$$\sum F = -m\omega^2 x$$

Εργαλείο δημιουργίας μοντέλων: Δυναμικό μοντέλο σωματιδίου (καρτεσιανό)

Αρχικό καρέ: 53 Τελικό καρέ: 796 Εναρκτήρας: Σώμα A

Μοντέλο: μοντέλο B

Παράμετροι

Προσθήκη Αντιγραφή Αποκοπή Επικόλληση

Όνομα	Μαθηματική Έκφραση
π:	1,002
w:	5,909

Αρχικές τιμές

Όνομα	Μαθηματική Έκφραση
t	0,000
x	2
y	4,839489467733337
vx	0,0
vy	0

Συναρτήσεις δύναμης

Προσθήκη Αντιγραφή Αποκοπή Επικόλληση

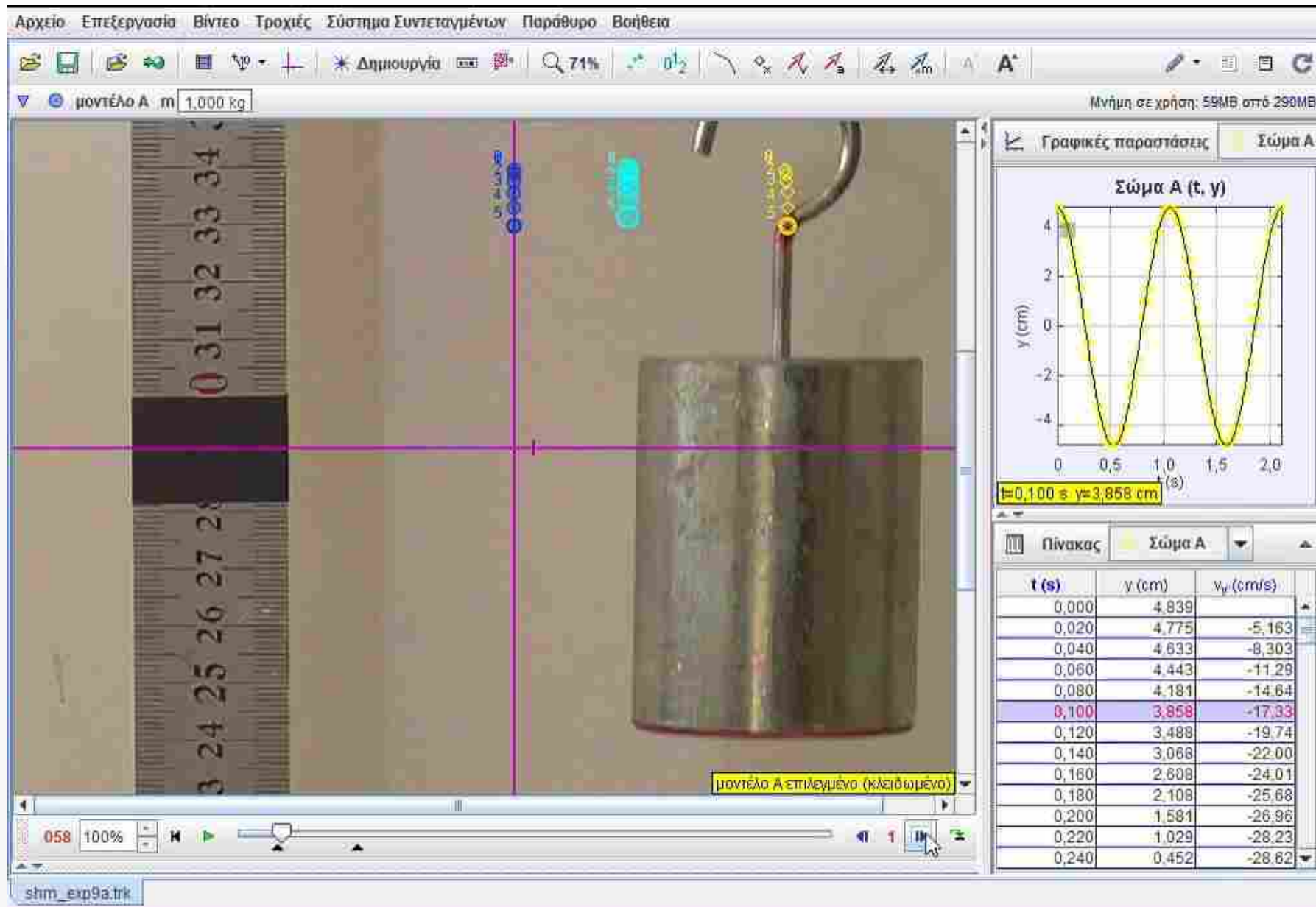
Όνομα	Μαθηματική Έκφραση
Fx	0
Fy	-m*w^2*y

Εγκυρή Έκφραση

Διπλό κλικ στο κελί για επεξεργασία. Βλέπε Βοήθεια για επιτρεπτές εκφράσεις.

Βοήθεια Αναίρεση Ακύρωση αναίρεσης Μέγεθος γραμματοσειράς Κλείσιμο

Δυναμικό μοντέλο της α.α.τ.



▲ Δυναμικό μοντέλο της α.α.τ.

Τι δεν πήγε καλά;

▲εχτήκαμε αρχική ταχύτητα ταλάντωσης ίση με μηδέν,

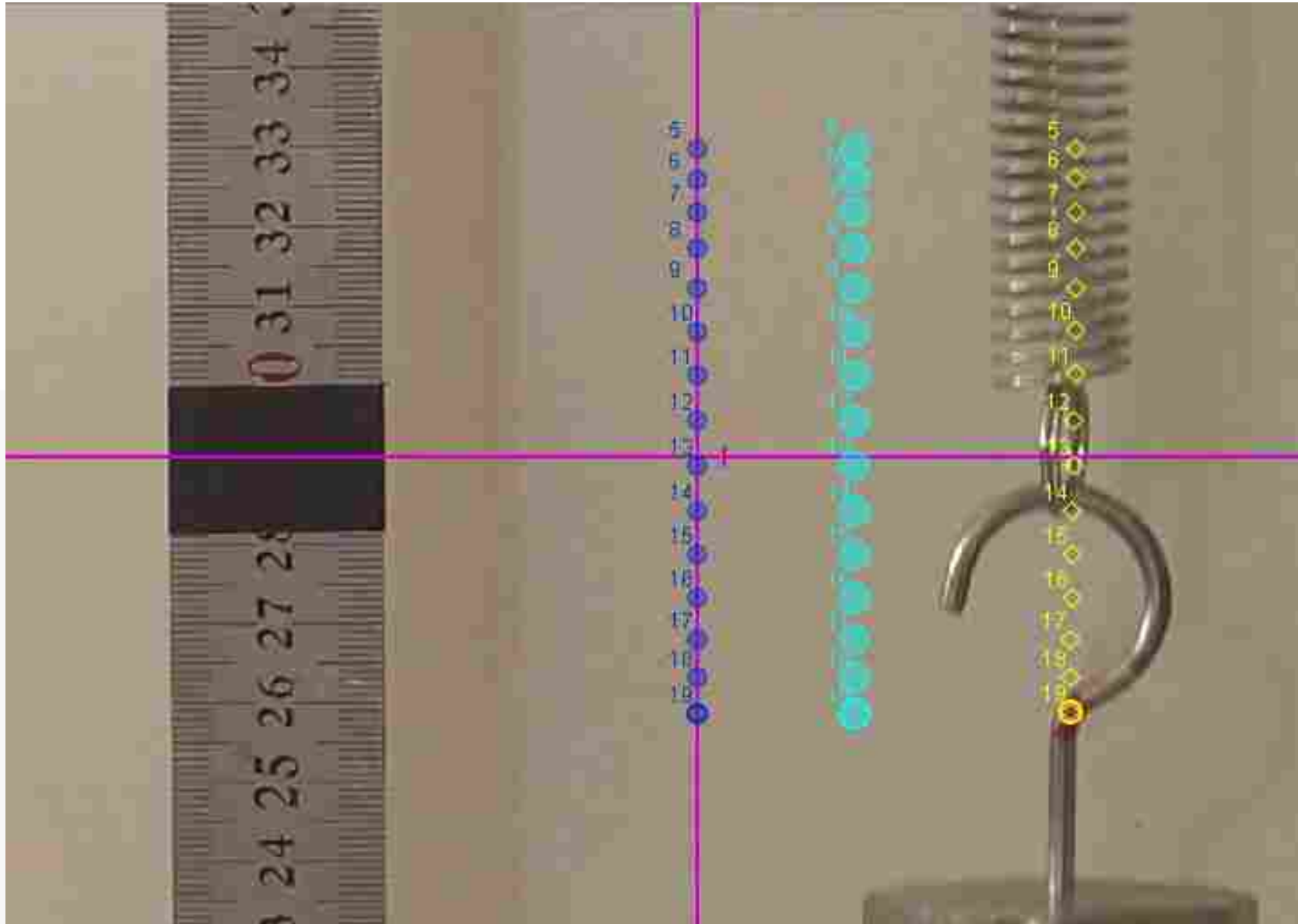
αυτό θα ήταν σωστό αν $\varphi = 1,57 \text{ rad}$,

αλλά

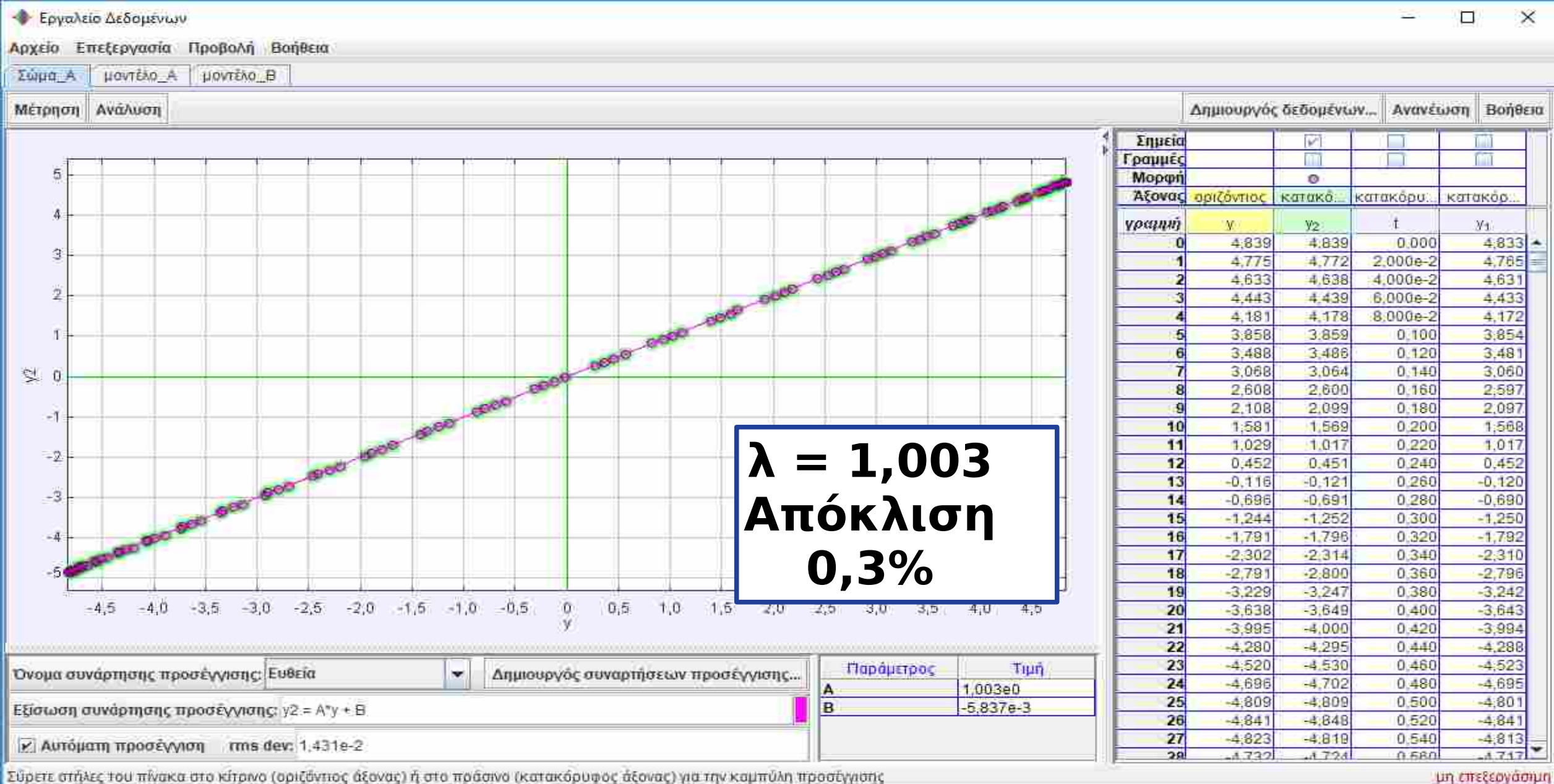
βρήκαμε πως $\varphi = 1,63 \text{ rad}$,

που δίνει μια πολύ μικρή αρχική ταχύτητα περίπου $-1,7 \text{ cm/s}$

Δυναμικό μοντέλο της α.α.τ.



Δυναμικό μοντέλο της α.α.τ.



Συμπεράσματα

Το Tracker συνδυάζει με ιδανικό τρόπο δύο σημαντικές κατηγορίες εκπαιδευτικού λογισμικού:

- 1. Τα λογισμικά ανάλυσης βίντεο (που μάλλον αγνοούνται από τις ΤΠΕ)**
- 2. Τα λογισμικά μοντελοποίησης**

Συμπεράσματα

Με τη δυνατότητα δημιουργίας κινηματικών και δυναμικών μοντέλων, επιτρέπει τον έλεγχο της συμφωνίας μοντέλου - πειραματικών δεδομένων δε δύο επίπεδα:

- 1. Ποιοτικά μέσω αναπαραγωγής του βίντεο στο οποίο έχουν επισυναφθεί τα ίχνη του πραγματικού φαινομένου, αλλά και τα ίχνη του μοντέλου.**
- 2. Ποσοτικά μέσω των σχετικών γραφικών παραστάσεων και των αντίστοιχων μαθηματικών εξισώσεων.**

Η κατ' αυτό τον τρόπο χρήση του Tracker είναι συνεπής προς το θεωρητικό πλαίσιο χρήσης της μοντελοποίησης στην εκπαίδευση.

Ευχαριστώ για την προσοχή σας.